

Barem de corectare si notare clasa a X a

1.a) $E(n) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \dots + \frac{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}{n-n+1} \dots\dots\dots 2p$

$E(n) = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}-\sqrt{n-1} = \sqrt{n}-1 \dots\dots\dots 1p$

$(\sqrt{n}-1)(\sqrt{n}+1) = n-1 \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$

b)

$E(x, y) = \left(\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \right) \left(\frac{(\sqrt{y} - \sqrt{x})}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \right) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 1p$

$E(x, y) = \left(\frac{(\sqrt{x^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y^2}) - (\sqrt{x^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y^2})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \right) \left(\frac{(\sqrt{y} - \sqrt{x})}{\sqrt{x}\sqrt{y}} \right) (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 1$

p

$E(x, y) = - \left(\frac{x + 2\sqrt{xy} + y - x + 2\sqrt{xy} - y}{\sqrt{xy}} \right) = - \frac{4\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = -4 \dots\dots\dots 1p$

2.

$\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 - 2z_2} = \frac{2(1-i)(1+i)}{2-2i-2-2i} = \frac{2 \cdot 2}{-4i} = i \dots\dots\dots 3p$

$|z_1| + |z_2| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} + \sqrt{1^2 + 1^2} = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 2p$

$\left(\frac{\overline{z_1 - z_2}}{\sqrt{2}} \right)^{2008} = \left(\frac{2-2i-1+i}{\sqrt{2}} \right)^{2008} = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{2008} = \left[\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]^{1004} = \left(\frac{-2i}{2} \right)^{1004} = i^{1004} = 1 \dots\dots 2p$

3.a)

$\log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{4}{3} + \dots + \log_3 \frac{243}{242} = \log_3 \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{243}{242} = \log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$

$\dots\dots\dots 3p$

b) $(3x-1) \geq (3-x) \Rightarrow 4x \geq 4 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \in [1, \infty) \dots\dots\dots 1p$

$3x-1 > 0$ rezultă $x > 1/3$, $x \in (1/3, \infty)$ 1p

$3-x > 0$ rezultă $x < 3$, $x \in (-\infty, 3)$ 1p

Finalizare $x \in [1, 3)$ 1p

4. Fie v km /h viteza cu care se deplasează in prima etapă.

În a doua etapă Cătălin va avea viteza 2v..... 1p

Dacă t_1 este timpul (in ore) in care Cătălin parcurge primii 34 km ,iar t_2 este timpul

(in ore) in care Cătălin parcurge următorii 36 km, atunci $t_1 + t_2 = 13$ 2p

Dacă d este distanța parcursă in intervalul de timp t ore cu viteza constantă v, atunci $d = vt$ 1p

Conform enunțului avem $vt_1 = 34$ și $2vt_2 = 36$ 2p

Rezultă că $v(t_1 + t_2) = 52 \Rightarrow v = 4 \text{ km/h}$ 1p